

IMPLICACIONS MATEMÀTIQUES D'ESDEVENIR MUSULMÀ: CÀLCULS PER A LA PRÀCTICA RELIGIOSA

Mònica Rius

Universitat de Barcelona

Paraules clau: *astronomia àrab, etnoastronomia, al-Andalus, Magrib, edat mitjana.*

Mathematics implications to become Muslim: calculation for religious purposes

Summary: *Religion and astronomy had interacted in Islam during the Middle Ages. Calculation was necessary to religion and contributed to the development of trigonometry. Nevertheless, mathematics were excessively complicated, and approximate methods became more popular.*

Key words: *Arabic astronomy, ethnoastronomy, al-Andalus, Maghrib, Middle Ages.*

1. Introducció

Pel que fa a l'aplicació pràctica de les matemàtiques, un dels casos que més crida l'atenció és el de l'islam. Orientar-se cap a una determinada direcció durant la pregària o determinar les hores d'oració no són pas trets exclusius d'aquesta religió (recordem que, de fet, també les esglésies havien d'encarar-se cap a Jerusalem), però el que sí es pot afirmar és que les necessitats rituals dels musulmans significaren un impuls determinant per a l'estudi matemàtic, especialment en el camp de la trigonometria.

Primer, però, cal parar esment en dos termes: àrab i islam. Es pot parlar de ciència àrab tot i que bona part dels erudits no fossin àrabs en el sentit ètnic del terme, ja que aquest idioma, convertit en la llengua de prestigi —i, per tant, de producció científica—, va ser un factor essencial d'arabització. D'altra banda, tampoc cal oblidar que alguns protagonistes de la història de la ciència àrab foren arabòfons no musulmans (Qusṭā b. Lūqā,¹ per exemple, era d'origen cristià).

El segle IX representà un dels moments àlgids en la producció científica araboislàmica. El califa abbàssida al-Ma'mūn (197-217H/813-833C) va impulsar l'anomenada *Casa de la Saviesa (Bayt al-Hikma)*, el centre d'estudis més rellevant de l'edat mitjana, on es dugué a terme una important tasca científica en camps tan diversos com l'astronomia, les matemàtiques o

1. Les transliteracions de noms i paraules àrabs s'han fet seguint la normativa establerta a la *Gran Enciclopèdia Catalana* (Barcelona, 1970, II, p. 321).

la geografia. Prèviament, s'havia emprès la labor de traducció de les obres científiques dels clàssics grecs, siríacs, perses i hindús. Així, doncs, hom podia llegir en àrab les obres més importants d'Euclides, Arquimedes, Apol·loni o Ptolomeu, d'entre els científics grecs, o també aportacions hindús com el *Brahmasphutassiddhānta* (*Sindhind* en àrab) de Brahmagupta (s. VII). Bagdad era la capital d'un imperi de dimensions descomunals (des de la península Ibèrica fins a l'Índia): aquesta ciutat es convertí en el centre neuràlgic que recollia el llegat de les civilitzacions anteriors. Però no només es traduïren els manuscrits forans, sinó que tot aquest material va ser reelaborat i va permetre als estudiosos musulmans desenvolupar una ciència autòctona de gran qualitat que, poc després, va començar a exportar-se fins a les regions més apartades.

En aquest context, cal explicar la raó per la qual la trigonometria va ser un dels camps més afavorits, que va créixer al servei de la ciència reina, l'astronomia. La potenciació d'aquesta matèria per part dels califes no va ser gens casual. L'estudi de l'astronomia era necessari per tal d'exercir l'astrologia (astronomia i astrologia eren termes sinònims a l'edat mitjana). Tanmateix, elaborar un horòscop era una activitat que, tot i ser àmpliament exercida, no deixava de ser rebutjada per alguns sectors, en tant que era contrària a l'ortodòxia islàmica. Acomplir les prescripcions alcoràniques d'una manera precisa, però, també exigia l'estudi de la mateixa disciplina. De fet, la religió va fer néixer una nova especialitat de l'astronomia, l'anomenada *'ilm al-mīqāt*. La importància d'aquesta branca era tal que va provocar, al seu torn, l'aparició d'un nou ofici: el *muwaqqit* (o *mīqātī*), és a dir, l'astrònom encarregat de determinar les hores d'oració, la visibilitat del creixent i la direcció de l'alquibla (direcció de La Meca). Aquesta sortida laboral va oferir a alguns científics (fins i tot de primera categoria) la possibilitat de guanyar-se la vida sense renunciar a l'estudi dels planetes.

L'islam representa un cas d'interrelació claríssima de ciència i societat: lluny de ser practicades per una elit situada fora de la comunitat, les matemàtiques eren necessàries per a tots els musulmans. Les dues grans celebracions rituals, per exemple, impliquen càlculs. La «festa gran» (*'īd al-kabīr*), coneguda també com «festa del xai» o «festa del sacrifici», que se celebra el dia 10 de *dū-l-ḥiǧǧa* —mes de la peregrinació—, inclou l'ofrena d'un animal, per a la qual cosa conèixer l'alquibla és indispensable. La «festa petita» (*'īd al-ṣaġīr*) té lloc durant la nit de l'1 de *šawwāl*. En aquest cas, saber quan es dona la primera visibilitat del creixent és essencial, perquè la festa té com a motiu donar per acabat el període de dejuni que s'ha fet en el transcurs del mes anterior, el ramadà. A més a més, com que la prohibició de menjar afecta només les hores del dia, resulta bàsic calcular l'instant precís a partir del qual cada nit es pot començar a menjar. Com que el calendari islàmic és lunar, les hores de dejuni variaran periòdicament, segons el mes de Ramadà «caigui» a la primavera, a l'estiu, a la tardor o a l'hivern.

Una altra aplicació de les matemàtiques derivada de la llei islàmica es troba a l'*'ilm al-farā'id*, que s'ocupa de la repartició de les herències. En aquest cas, suposà un desenvolupament de les operacions amb fraccions decimals i sexagesimals.

2. Trigonometria

S'ha fet esment de com un dels temes més estudiats va ser la trigonometria. El seu origen, tot i que discutit, sembla purament àrab. En les produccions del grup d'astrònoms que treballaven al servei d'al-Ma'mūn, Yahyà b. Abī Manšūr (m. c. 217H/832C) i els seus coetànis Ḥabaš al-Ḥāsib i al-Ḥwārizmī (c.183/800-c.232/847), s'empren la tangent ($R=60$), les co-

tangents ($R=12$) i, tal vegada, la secant i la cosecant. Tots aquests conceptes, però, no varen difondre's d'una manera ordenada —ni excessivament ràpida—, i és freqüent que autors posteriors utilitzin diversos valors del radi (12, 60, 120, 150) fins i tot dins d'una mateixa obra. Podem dir, sens dubte, que l'entrada definitiva de totes aquestes funcions trigonomètriques a Europa es degué a l'obra de l'andalús Azarquiel (m. 493/1100).

Al-Ĥwārizmī, precisament, va ser un dels màxims exponents dels matemàtics àrabs. Entre moltes altres coses, fou el creador d'una terminologia científica pròpia, la qual, mitjançant les traduccions llatines, ha arribat com a herència fins a l'actualitat. Citem només, com a exemples de tots coneguts, que del seu tractat titulat *Muḥtaṣar fī ḥisāb al-ğabr wa-l-muqābala* en deriva el terme *àlgebra*, mentre que el seu nom es troba a l'arrel d'«algorisme».

Una altra figura essencial va ser al-Battānī (l'Albategnius dels llatins, mort el 317/929). Les seves taules astronòmiques eren conegudes a al-Àndalus ja des del segle IX. Els traductors llatins en varen fer dues versions: la de Robert Ketinensis (perduda) i la de Plató de Tívoli. Alfons X el Savi va encarregar, també, una traducció directa de l'àrab al castellà. Entre altres qüestions imprescindibles, al-Battānī va oferir la fórmula fonamental de la trigonometria esfèrica i la resolució de problemes trigonomètrics mitjançant la projecció ortogràfica.²

3. El calendari musulmà

Un fet que marca, òbviament, la vida quotidiana dels musulmans és el calendari. La revolució que va suposar aquesta religió oferí una nova visió del món, que va implicar, naturalment, l'inici d'una nova era. La data de fugida (*hiğra* = hègira) de Muḥammad des de la seva Meca natal cap a Medina va ser el punt de partida. Els astrònoms musulmans fan coincidir l'inici de la seva era amb la posta de sol del dia 14 (o 15) de juliol del 622 de l'era cristiana. En un context beduí, on el calendari agrícola no era fonamental, l'astre que marcà el ritme del pas del temps va ser la Lluna i no el Sol: els habitants de la península Aràbiga realitzaven força activitats durant la nit, fugint de la calor diürna. D'altra banda, una teoria cíclica de la història universal declarava que l'època que Muḥammad havia encetat era lunar.

L'any islàmic va quedar establert en 354 dies, tot i que la durada del mes sinòdic (29;31,50,07,00 dies) va motivar que, en aquest calendari, els mesos tinguessin una durada de 29 o 30 dies (6 de 29 i 6 de 30). També fou necessari un cicle intercalar del qual en fou responsable al-Battānī.

Cal tenir en compte, un cop més, que la Lluna era indispensable per als actes canònics, però també que estava relacionada amb l'astrologia, on les mansions o cases lunars són un element clau.

Com a dada curiosa s'observa que, des del moment en què el calendari és lunar, tots els eclipsis de Lluna es produiran a mitjans de mes (durant l'oposició), mentre que els de Sol tindran lloc a finals de mes (moment de la conjunció).

Finalment, el coneixement que els àrabs van adquirir dels diversos calendaris (solars, lunars, lunisolars), així com de les diferents eres (la del Diluvi o la d'Alexandre, entre d'altres), oferí a Occident una preciosa informació cronològica tant en el seu aspecte matemàtic com en l'històric.

2. Vernet (1978: 139-142).

3.1. Els mesos: establiment de la visibilitat de la Lluna

La base lunar del calendari ha provocat que els astrònoms musulmans estudiïn curosamment el moviment de la Lluna, ja que la primera visió del creixent després de la conjunció determina l'inici del mes. El dia civil també s'inicia amb la posta del Sol.

De manera anàloga als altres aspectes que es tractaran més endavant (hores d'oració i alquibla), l'activitat dels astrònoms resultava útil, ja que aquests compilaven taules per calcular la visibilitat de la lluna nova per a una determinada localitat. Ortodòxia (sunnisme) i xiïisme varen mostrar actituds ben diferents davant aquest problema. Mentre que la primera era més partidària de l'observació empírica, els xiïtes propiciaren la redacció de taules. Tot i que semblava simplificar la qüestió, l'observació del creixent tenia el gran inconvenient de dependre de factors tan imprevisibles com els fenòmens atmosfèrics, per exemple.

4. Les hores d'oració

Com és sabut, un musulmà ha de fer cinc oracions diàries. Ja des del segle II/VIII els moments d'aquestes pregàries varen quedar definits mitjançant l'Alcorà i el *ḥadīṭ* (tradicció islàmica). Són les següents: *zuhr*: al migdia, després que el Sol comenci a declinar; *ʿaṣr*: abans de la posta del Sol; *magrib*: a l'ocàs, durant el crepuscle vespertí; *'iṣā'*: a la caiguda de la nit, durant la primera part de la nit; *ṣubḥ*: a l'aurora, abans de la sortida del Sol, durant el crepuscle matutí.

Aquestes pregàries han de realitzar-se dins uns intervals temporals que tenen els seus límits ben definits, però, com que per a determinar aquests moments es depèn de la posició aparent del Sol al cel en relació a l'horitzó local, variaran segons la latitud del lloc i el dia de l'any. La primera qüestió que era necessari establir, abans que res, era el significat precís d'alguns termes. Prenguem per cas el *magrib*, és a dir, el crepuscle: què significa concretament? El crepuscle astronòmic dura fins que el Sol arriba a situar-se 18° per sota de l'horitzó (1 h i 12' si $15^\circ=1h$), encara que els savis musulmans van adoptar la xifra mitjana de 17° . De la mateixa manera, per als astrònoms musulmans el *ṣubḥ* (o *faḡr*) comença quan el Sol està 19° per sota de l'horitzó.

En el cas d'al-Àndalus i el Magrib, es va determinar que el *zuhr* començava quan, després que el Sol hagués passat pel meridià local, l'ombra d'un objecte augmentava una quarta part la longitud del gnòmon ($1/4 n$) respecte al seu mínim al migdia; l'*ʿaṣr* començava quan l'increment de l'ombra era igual a la longitud del gnòmon (n) i acabava quan doblava aquesta longitud ($2n$); el *magrib* començava quan el Sol havia desaparegut per l'horitzó; mentre que l'*'iṣā'* i el *ṣubḥ* s'iniciaven amb la caiguda de la nit i amb l'aurora, respectivament.

Com que la latitud, l'estació i les condicions meteorològiques intervenen en aquest procés, es van calcular calendaris i taules que havien de permetre als fidels acomplir les seves obligacions puntualment, tot i que caldria dubtar d'algunes de les observacions que foren utilitzades per a elaborar-los. Els calendaris, on constaven les dades astronòmiques relatives al culte per a tots els dies de l'any, no sembla que fossin elaborats per astrònoms, ja que les xifres que inclogueren no són gaire precises; de fet, a vegades semblen preses de fonts anteriors sense tenir en compte els canvis de latitud o altres variables. D'altra banda, les taules més pri-

mitives són senzills esquemes d'ombres que, també, potser es deuen al resultat d'una observació no gaire acurada, amanida amb els errors de copistes poc entesos.

Al-Ĥwārizmī va ser el primer astrònom conegut en elaborar unes taules que regulessin les hores diürnes d'oració. Lògicament, varen ser calculades per a la latitud de la capital, Bagdad. Les taules mostraven la longitud de l'ombra d'un gnòmon en els diferents moments del dia en el transcurs d'un any (en intervals de sis dies).

Al-Bīrūnī (362/973-c. 441/1050), per la seva part, va escriure un tractat sobre les ombres, on feia una extensa anàlisi de la qüestió.

Tot i que, com s'ha vist, ja es componien taules ideades per resoldre aquest problema des de molt abans, és a partir del segle XIII que trobem una gran activitat relacionada amb aquest tema. Alguns dels *muwaqqits* més importants foren: Abū-l-Ḥasan 'Alī al-Marrākuṣī (fl. 673-681/1275-1282), al-Mizzī (690-750/1291-1349), Ibn al-Šāṭir (704-777/1305-1375) o al-Ḥalīlī (fl. c. 766/1365).

Si el Sol era l'element bàsic per a determinar l'hora, el coneixement del calendari solar resultava molt útil per establir les hores d'oració; però això topava, a voltes, amb l'actitud tancada d'alguns estudiosos de la religió, que rebutjaven qualsevol altre sistema cronològic que no fos el calendari lunar utilitzat a l'islam.

Saber quan comença i acaba el dia és convenient durant el mes de Ramadà, com s'ha vist, ja que la llum solar marca l'inici i la fi del dejuni diari. Entre els diversos sistemes ideats amb aquesta finalitat, hi havia el d'encendre unes làmpades a les mesquites que cremaven durant tota la nit i que s'apagaven vint minuts abans de l'alba (*tafī*); aquest era un costum habitual al Caire. D'altra banda, també el muetzi fa una crida especial (*salām*) abans que surti el Sol, recordant a la gent l'obligació de començar el dejuni.

5. Determinació de l'alquibla

Orientar correctament una mesquita cap a La Meca exigeix, entre altres coses, la capacitat de solucionar un problema de trigonometria esfèrica. A més a més, resulta imprescindible, si es vol resoldre d'una manera acurada, conèixer les coordenades geogràfiques tant de La Meca com del lloc on s'hagi de fer l'oració. A les mesquites, la direcció de la pregària està marcada pel *miḥrāb*, per la qual cosa no és necessari cercar tothora l'orientació (si acceptem que l'establerta és correcta), però un fidel pot resar a casa seva, o bé trobar-se de viatge, per exemple. A més, és una direcció que cal tenir en compte a l'hora de fer les necessitats fisiològiques, enterrar algú o sacrificar animals.

Aquesta qüestió va atreure l'atenció dels científics que, ja des del segle III/IX, començaren a desenvolupar mètodes aproximats. Un cop més, al-Ĥwārizmī i al-Battānī varen ser els precursors. El primer va idear un sistema aproximat conegut a al-Àndalus (apareix citat als *Libros del saber de astronomía*, d'Alfons X). El mètode d'al-Battānī també va servir per elaborar unes taules on era possible trobar l'azimut de l'alquibla en funció de la diferència de longitud i latitud entre La Meca i una localitat determinada.

A partir del mateix segle III/IX comencen a aparèixer els primers procediments exactes gràcies a l'aplicació dels *analemma* (mètode que permet trobar, gràcies a construccions geomètriques en el pla, alguns arcs i angles que determinen un punt a l'esfera celeste), o del Teorema de Menelau: simbolitzen l'apropiació islàmica de l'herència grega. Al-Bīrūnī, però, va

ser el primer en cercar una solució emprant la nova trigonometria que els àrabs desenvoluparen (utilitza el teorema del sinus i la regla de les quatre quantitats). Fins al segle VII/XIII, però, no s'aplicarà l'analogia entre l'esfera terrestre i la celeste: Abū-l-Ḥasan 'Alī al-Marrākušī obtingué la direcció de l'alquibla en funció de l'altura, sobre l'horitzó local, del zenit de La Meca.

Tots aquests mètodes, tanmateix, no aconseguiren una aplicació molt àmplia. En realitat, els sistemes aproximats basats en l'astronomia popular i recomanats pels alfaquins tampoc no aconseguiren imposar-se del tot. El pes de la tradició, unes vegades, i la manipulació política d'altres, varen convertir la direcció canònica en un vertader trencaclosques.

6. Conclusions

La pràctica de la religió islàmica comporta tot un seguit de càlculs matemàtics. En el transcurs de l'edat mitjana l'estreta relació entre ciència i religió va ser un dels factors fonamentals a l'hora d'impulsar l'estudi de la trigonometria i de l'astronomia. En un primer moment (segles II/VIII-III/IX), es traduïren —especialment— les obres de grecs i hindús, a partir de les quals els àrabo-musulmans varen poder arribar a posicions més elaborades. Figures com les d'al-Ḥwārizmī, al-Battānī o al-Bīrūnī varen ser capdavanteres en la resolució de problemes que implicaven el coneixement de la trigonometria esfèrica.

Els procediments matemàtics, però, eren massa complicats per al comú de la població. Calcular, de manera acurada, l'inici del mes, l'hora d'oració o l'orientació de l'alquibla quedaven fora de l'abast de la majoria dels musulmans. Així doncs, va sorgir la figura de l'astrònom especialitzat en ciència religiosa, personatge que, mitjançant l'ús d'instruments (com l'astrolabi o el quadrant), era l'encarregat de resoldre aquestes qüestions per a la resta de la comunitat. Els juriconsults permetien, també, l'aplicació de l'astronomia popular, que bàsicament significava guiar-se amb les sortides i postes del sol o altres estrelles importants. Aquesta pràctica anava associada, sovint, a ulemes que no eren gaire partidaris de l'exactitud, adduint que la religió no havia de comportar dificultat. Davant les mateixes necessitats, doncs, trobem un ventall d'actituds. Des dels astrònoms puristes, partidaris dels càlculs exactes, que consideraven incorrecta qualsevol aproximació, fins a la d'alguns ulemes, que defensaven uns marges molt laxos pel que fa a la determinació de l'alquibla o les hores d'oració com a mesura de facilitar la pràctica religiosa als fidels. En definitiva, els càlculs matemàtics eren lloables, però no imprescindibles.

Bibliografia

- KING, D. A. (1979), «Qibla: sacred direction». A: *Encyclopédie de l'Islam* (nouvelle édition), Leiden-París, Brill-Maisonneuve; vol. v, p. 85-91.
- KING, D. A. (1996), «Astronomy and Islamic Society: Qibla, Gnomonics and Timekeeping». A: RASHED, R. (ed.), *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, Londres, Routledge; vol. I, p. 128-157.
- RIUS, M. (2000), *La alquibla en al-Andalus y al-Magrib al-Aqṣà*, Barcelona, Universitat de Barcelona.
- VERNET, J. (1978), *La cultura hispanoàrabe en Oriente y Occidente*, Barcelona, Ariel.